

УДК 621.777: 621.984.5

Александров А. А.  
Ковальчук А. И.**К РАСЧЕТУ СИЛЫ ПРЯМОГО ВЫДАВЛИВАНИЯ В КОНИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕ  
ПО ЛИНИЯМ ТОКА**

В работе [1] при расчете деформирующей силы процесса по линиям тока с использованием расчетной схемы, представленной на рис. 1, а, указано на существенные математические трудности, связанные с вычислением затрат мощности на деформацию внутри пластической зоны. Это приводит, либо к необходимости численного интегрирования полученных уравнений, либо к принятию допущений о возможности пренебречь этой составляющей мощности в окончательном выражении, что в свою очередь сказывается на точности результатов принятой расчетной модели.

Известно [2–4], что получение математических моделей процессов в законченном аналитическом виде актуально и представляет интерес как для теории, так и для практики, поскольку на этой основе можно вычислять точные значения параметров, ускорить расчеты, повысить надежность сравнения результатов полученных различными теоретическими методами.

Целью работы является получение аналитической расчетной модели деформирующей силы с учетом всех составляющих полной мощности процесса прямого выдавливания цилиндрической заготовки в конической матрице.

Для расчета методом баланса мощностей деформирующей силы прямого выдавливания цилиндрической заготовки в конической матрице используем расчетную схему, показанную на рис. 1. Применительно к рассматриваемому процессу уравнение баланса мощностей внутренних и внешних сил на кинематически возможных полях скоростей перемещений:

$$N = N_D + (N_{S1,2} + N_{S2,3}) + (N_{T1} + N_{T2} + N_{T3}),$$

где  $N_D$  – мощность внутренних сил сопротивления деформации в зоне 2;  $N_{S1,2}$  и  $N_{S2,3}$  – мощности сопротивления сил сдвига на поверхностях разрыва скоростей между зонами 1 и 2, 2 и 3;  $N_{T1}$ ,  $N_{T2}$ ,  $N_{T3}$  – мощности сопротивления сил трения на конической поверхности, на калибрующем пояске и контейнерной части матрицы.

Следуя [1], при расчете принято, что линии тока – прямые, параллельные образующей конической поверхности матрицы. Согласно этому, уравнения траекторий в очаге деформации записываются в виде:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 - \varphi) + \rho_0 \cdot \varphi \cdot \frac{z - z_1}{z_0 - z_1},$$

где  $\rho_0$  – радиус линии тока в 1-ой зоне;  $z_1$ ,  $z_0$  – поверхности разрыва скорости:

$$z_0 = a \cdot \left(1 - \frac{\rho_0}{R}\right) + b \cdot \frac{\rho_0}{R}; \quad z_1 = a \cdot \left(1 - \frac{\rho_0}{R}\right).$$

Компоненты скорости перемещения в радиальном и осевом направлениях:

$$V_\rho = \frac{-v_0 \cdot \rho_0^2 \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\rho \cdot A \cdot (R - r)}; \quad V_z = \frac{-v_0 \cdot \rho_0}{\rho \cdot A},$$

где  $V_0$  – скорость перемещения пуансона;  $\alpha$  – угол матрицы;  $A = 1 - \varphi + \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot a}{R}$ ;

$$\varphi = \frac{R - r}{R}.$$

Отметим, что при принятых траекториях перемещения частиц выражения для вычисления интенсивности и компонент скоростей деформации могут быть записаны так:

$$H = \sqrt{4 \cdot (\xi_\rho^2 + \xi_\rho \cdot \xi_z + \xi_z^2) + \left( \frac{\xi_\rho}{\operatorname{tg} \alpha} + \xi_z \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^2}; \quad \xi_\rho = \frac{\partial V_\rho}{\partial \rho} = -v_0 \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha}{A \cdot \rho} \right)^2 (z - a);$$

$$\xi_z = \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{v_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{A^2 \cdot \rho}; \quad \xi_\varphi = \frac{V_\rho}{\rho} = -(\xi_\rho + \xi_z); \quad \eta_{\rho z} = \frac{\partial V_\rho}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial \rho} = \frac{\xi_\rho}{\operatorname{tg} \alpha} + \xi_z \operatorname{tg} \alpha.$$

После подстановки:

$$H = \frac{1}{\rho} \cdot \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{6 \operatorname{tg} \alpha \cdot z}{\rho} + \frac{(4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1) \cdot z^2}{\rho^2}}. \quad (1)$$

Расчетное выражение составляющей относительной удельной деформирующей силы  $P$ , учитывающей затраты мощности на деформацию внутри пластической зоны 2, имеет вид:

$$Q_D = \iiint_V H \cdot dV = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{r_0^2} \left( \int_{\lambda}^0 \int_{L_{12}}^{L_2} H \cdot \rho \cdot d\rho \cdot dz + \int_0^a \int_{L_{23}}^{L_2} H \cdot \rho \cdot d\rho \cdot dz \right).$$

В таком виде интеграл не берется, что подтверждает наличие математических трудностей указанных Ю. А. Алюшиным. Для их преодоления было принято другое положение системы координат в расчетной схеме (рис. 1, б), которое вкуче с видоизменением формулы для вычисления интенсивности скоростей деформации в итоге привело к упрощению подынтегрального выражения и позволило получить решение в аналитическом виде.

Для вычисления составляющей полной мощности расходуемой на деформацию внутри пластической зоны в аналитическом виде, запишем уравнение границ очага деформации и интенсивности скоростей деформации в системе координат, представленной на, рис. 1, б.

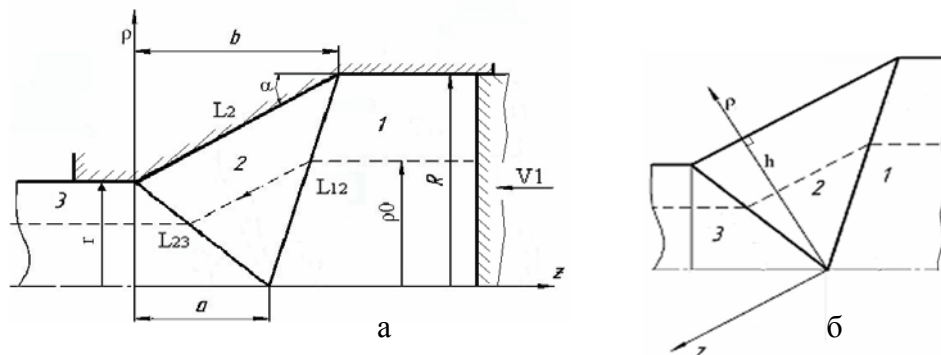


Рис. 1. Расчетная схема прямого выдавливания (а) с принятой в [1] СК и (б) новой СК

Перепишем формулу интенсивности (1) в новой системе координат.

$z, \rho$  – в старой СК преобразуем в  $z', \rho'$  в новой по формулам:

$$\begin{cases} z = z' \cdot \cos(\alpha) + \rho' \cdot \sin(\alpha); \\ \rho = -z' \cdot \sin(\alpha) + \rho' \cdot \cos(\alpha). \end{cases} \quad (2)$$

После подстановки уравнений (2) в (1) и преобразования получим интенсивность скоростей деформации в новой (повернутой) СК:

$$H = \frac{v_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot R^2 \sqrt{z^2 + 4\rho^2}}{r_0^2 \cos \alpha \cdot \rho(\rho \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)},$$

здесь  $z', \rho'$  – в новой СК записаны в виде  $z, \rho$ .

$$Q_D = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h^2} \cdot \int_0^h \int_{\frac{\rho \cdot \cos \alpha - R}{h \cdot \sin \alpha}}^{\frac{\rho \cdot \cos \alpha - r}{h \cdot \sin \alpha}} \frac{\sqrt{z^2 + 4 \cdot \rho^2}}{\cos \alpha \cdot (\rho \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)} \cdot dz \cdot d\rho.$$

Приведем полученные выражения для определения всех составляющих относительной удельной деформирующей силы, учитывающие:

$Q_D = \frac{L_3}{2} \ln \left( \frac{(\sin \alpha \cdot L_3 L_1 + L_4)(\sin \alpha \cdot L_3 M_1 - M_3)}{(\sin \alpha \cdot L_3 L_1 - L_4)(\sin \alpha \cdot L_3 M_1 + M_3)} \right) + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \left( \frac{M_2}{L_2} \right) + M_1 - L_1$  – деформацию внутри пластической зоны 2,

где  $L_1 = \sqrt{A^2 + 4}$ ;  $L_2 = A + L_1$ ;  $L_3 = \frac{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$ ;  $L_4 = 4 \sin \alpha + A \cos \alpha$ ;  
 $A = \frac{h \cdot \cos \alpha - r}{h \cdot \sin \alpha}$ ;  $B = \frac{h \cdot \cos \alpha - R}{h \cdot \sin \alpha}$ ;  $M_1 = \sqrt{B^2 + 4}$ ;  $M_2 = B + M_1$ ;  $M_3 = 4 \sin \alpha + B \cos \alpha$ ;

– силы сдвига на поверхностях разрыва скоростей между зонами 1 и 2, 2 и 3:

$$Q_{S1,2} = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot R^2 - 2Rr_0 + r_0^2}{R \cdot r_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha}; \quad Q_{S2,3} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot (r^2 + a^2)}{r \cdot r_0};$$

– силы контактного трения на конической поверхности матрицы:

$$Q_{T1} = \frac{2\mu \cdot (R - r) \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{\operatorname{tg} \alpha \cdot r_0};$$

– силы трения на калибрующем пояске и в контейнерной части матрицы:

$$Q_{T2} + Q_{T3} = 2\mu \left( \frac{B}{r} + \frac{H}{R} \right),$$

где  $B$  – высота калибрующего пояска;  $H$  – высота контейнерной части;  $\mu$  – коэффициент трения;  $r_0 = h / \cos \alpha$ .

После подстановки всех найденных составляющих и преобразований, получено уравнение для расчета относительной удельной силы в аналитическом виде:

$$Q = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot h} \cdot \left( \frac{h \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{\sin \alpha} \cdot \left( \frac{C(R) - C(r)}{h \cdot \sin \alpha} + k \cdot \ln \left( \frac{(C(r) + D(r)) \cdot (C(R) - D(R))}{(C(r) - D(r)) \cdot (C(R) + D(R))} \right) \right) + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \left( \frac{h \cdot \cos \alpha - R + C(R)}{h \cdot \cos \alpha - r + C(r)} \right) \right) + L_{12}(R) + L_{23}(r) + m(R - r), \quad (3)$$

где  $L_{12}(R) = \frac{R^2 - 2 \cdot Rh \cos \alpha + h^2}{R \cdot \cos^2 \alpha}$ ;  $L_{23}(r) = \frac{r^2 - 2rh \cdot \cos \alpha + h^2}{r \cdot \cos^2 \alpha}$ ;  $m = 2\mu \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$ ;

$$C(r) = \sin \alpha \cdot \sqrt{\left( \frac{h \cdot \cos \alpha - r}{\sin \alpha} \right)^2 + (2h)^2}; \quad D(r) = \frac{h(4 - 3 \cos^2 \alpha) - \cos \alpha \cdot r}{\sqrt{4 - 3 \cos^2 \alpha}}; \quad k = \frac{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}}{2 \sin \alpha};$$

$$C(R) = \sin \alpha \cdot \sqrt{\left( \frac{h \cdot \cos \alpha - R}{\sin \alpha} \right)^2 + (2h)^2}; \quad D(R) = \frac{h \cdot (4 - 3 \cos^2 \alpha) - R \cos \alpha}{\sqrt{4 - 3 \cos^2 \alpha}}.$$

Полученная аналитическая модель позволила уточнить данные по оптимизации процесса выдавливания и сравнить их с известными результатами теоретических и экспериментальных исследований.

На (рис. 2) изображены графики минимальной удельной силы в зависимости от угла матрицы и коэффициента трения, рассчитанные по выражению (3).

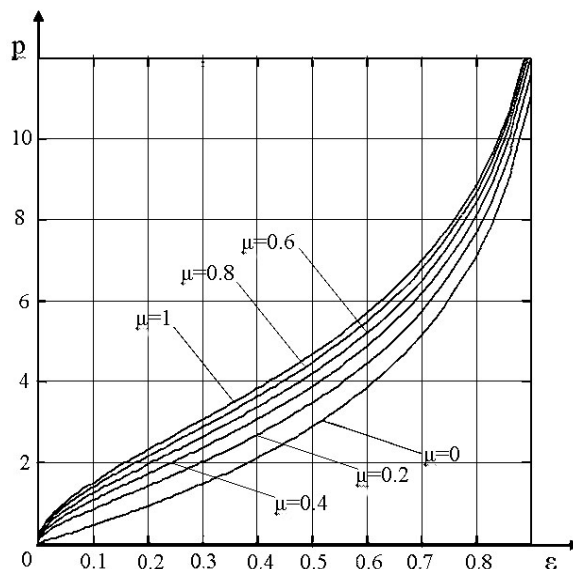


Рис. 2. Зависимость относительной удельной силы от обжатия в конической матрице

## ВЫВОДЫ

Путем изменения положения системы координат в расчетной схеме и видоизменения формулы для вычисления интенсивности скоростей деформации преодолены математические трудности и получено решение задачи в аналитическом виде, дающее верхнюю оценку силы формоизменения осесимметричной заготовки при прямом выдавливании в конической матрице. Применение полученной математической модели позволило уточнить оптимальные параметры силового режима процесса прямого выдавливания в конической матрице и сравнить их с известными результатами теоретических и экспериментальных исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алюшин Ю. А. Расчет процессов пластического формоизменения по линиям тока: учебное пособие / Ю. А. Алюшин. – Ростов-на-Дону : РИСХМ, 1979. – 81 с.
2. Колмогоров В. Л. Механика обработки давлением / В. Л. Колмогоров. – Екатеринбург : Изд-во Уральского государственного технического университета : УПИ, 2001. – 836 с.
3. Воронцов А. Л. Технологические задачи теории пластичности. Том 1. / А. Л. Воронцов. – М. : Машиностроение-1, 2006. – 474 с.
4. Теория обработки металлов давлением : учебник для вузов / В. А. Голенков, С. П. Яковлев, С. А. Головин, С. С. Яковлев, В. Д. Кухарь; под ред. В. А. Голенкова, С. П. Яковлева. – М. : Машиностроение, 2009. – 442 с.

Александров А. А. – канд. техн. наук, доц. СибАДИ;

Ковальчук А. И. – аспирант СибАДИ.

СибАДИ – Сибирская государственная автомобильная дорожная академия, г. Омск, Россия.

E-mail: omsk-aaa@rambler.ru